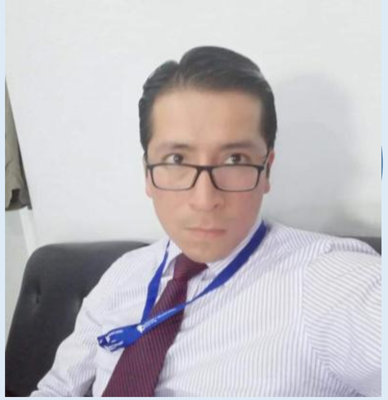


Profesor:
Max Cantoral

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

GRUPO PITÁGORAS

TEMA:

PROBABILIDADES

PROBABILIDADES

Si lanzamos una moneda y nos preguntarán que posibilidad tiene la parte de la cara de aparecer , ninguno de nosotros dudara al responder que tiene una entre dos posibilidades o sea : **1/2** ó el **50%** ; este razonamiento es un ejemplo de situaciones en las cuales no estamos absolutamente seguros de lo que va ocurrir , pero expresa cierto grado de predicción de lo que puede suceder .

EXPERIMENTO ALEATORIO (ξ)

Llamaremos experimentos aleatorios a aquellos cuyos resultados no se pueden saber con exactitud antes de su realización .

EJEMPLOS:

ξ_1 : Lanzar al aire un dado o una moneda .

ξ_2 : predecir la duración de una conversación telefónica .

ξ_3 : lanzar un proyectil hacia un blanco determinado

ξ_4 : Lanzar una moneda y observar la cara superior.

ξ_5 : Lanzar un dado y observar el número que aparece en la cara superior ..

PROBABILIDADES

ESPACIO MUESTRAL (Ω)

Es el conjunto de todos los resultados posibles que tiene el experimento aleatorio .

EJEMPLO

Del experimento aleatorio de lanzar un dado, su espacio muestral sería :

$\Omega = \{1;2;3;4;5;6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

EJEMPLO

Del experimento aleatorio de lanzar una moneda, su espacio muestral sería : $\Omega=\{C;S\}$

En ξ del ejemplo anterior $\Omega=\{C,S\}$

C : Cara

S : Sello

número de elementos : $n(\Omega)=2$

SUCESO O EVENTO : (A;B;C,...)

Es cualquier subconjunto del espacio muestral, en otras palabras , es un caso particular que se solicita del experimento aleatorio .

EJEMPLO

* En el experimento correspondiente a lanzar un dado, algunos sucesos son:

A : obtener número par

B : obtener número primo

C : obtener número impar menor que 5

EJEMPLO

* Al lanzar tres monedas pueden darse los siguientes casos:

A : obtener al menos una cara

B : obtener exactamente dos caras

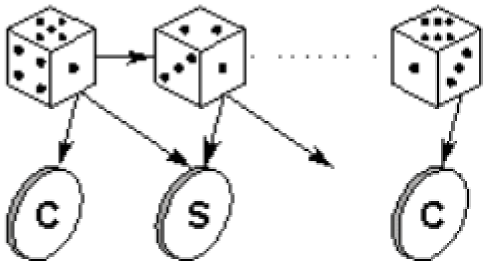
PROBABILIDADES

ALGUNOS ESPACIOS MUESTRALES

Experimento : Arrojar uno o más monedas

Número de dados	Espacio Muestral (A)	Número de casos totales
1	S={1; 2; 3; 4, 5; 6}	$n(s)=6^1$
2	S={(1;1),(1;2), ... (6;6)}	$n(s)=6^2$
3	S={(1;1;1),(3;1;2), ...(6;6;5),(6;6;6)}	$n(s)=6^3$
m	....	$n(s)=6^m$

Total de casos posibles



$$n_{(EM)}=6^m \times 2^w$$

Experimento : Arrojar **m** dados y **w** monedas

Espacio muestral :

Número de monedas	Espacio Muestral (A)	Número de casos totales
1 C	A={C; S}	$n(A)=2$
2 C S	A={(C;C); (C;S); ...(S;S)}	$n(A)=2^2$
3 C S C	A={(C;C;C),....... ...(S;S;S)}	$n(A)=2^3$
W	....	$n(A)=2^W$

PROBABILIDADES

DEFINICIÓN CLÁSICA DE LA PROBABILIDAD

Si **A** es un evento de un espacio muestral Ω, entonces la probabilidad de ocurrencia de **A** se denota **P(A)** y está dada por :

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{\text{Número de casos Favorables a «A»}}{\text{Número Total de casos posibles}}$$

Se lee: La probabilidad de que ocurra el suceso **A** es

EJEMPLO 1 :

¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar, al lanzar un dado?

RESOLUCIÓN :

Posibles Resultados : $W=\{1;2;3;4;5;6\} \Rightarrow n(\Omega)=6$

Casos Favorables : $A=\{1;3;5\} \Rightarrow n(A)=3 \quad \Rightarrow P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

EJEMPLO 2 :

En una urna donde hay **7** bolas blancas , **5** bolas rojas y **3** bolas azules ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer **2** bolas, éstas sean de color rojo?

RESOLUCIÓN :

Casos a favor :

Tenemos que sacar un grupo de **2** bolas rojas de un total de **5** disponibles .

$$\Rightarrow n(A)=C_2^5=10$$

Total de Casos :

Tenemos que extraer **2** bolas de un total de:

$$\Rightarrow n(\Omega)=C_2^{15}=105$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{10}{105}=\frac{2}{21}$$

PROBABILIDADES

TIPOS DE EVENTO

I) EVENTO SEGURO :

Llamado también **universal** , porque siempre ocurre.

A : Al lanzar una moneda y obtener cara o sello

$$A = \{C\ ;\ S\} = \Omega$$

II) EVENTO IMPOSIBLE :

Llamado también **vacío** , porque nunca ocurre

B : Al lanzar una moneda y obtener 2 caras

$$B = \{C\ ;\ C\} = \varnothing$$

III) EVENTO CONTRARIO (A') :

O complementario , se considera cuando un evento ocurre y otro no , es decir **A'** es el evento contrario a **A** .

EJEMPLO :

A : Lanzar un dado y obtener un número par

Entonces :

A' : Lanzar un dado y no obtener un número par .

IV) EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Si la ocurrencia de uno de ellos, impide la ocurrencia de los demás (no pueden ocurrir juntos).

EJEMPLO :

A: Lanzar un dado y obtener un número múltiplo de 2. $\Rightarrow A = \{2;4;6\}$

B : Lanzar un dado y obtener 1 ó 3

$$\Rightarrow B = \{1;3\}$$

Si **A** y **B** son mutuamente excluyentes, entonces : $A \cap B = \varnothing$

PROBABILIDADES

V) EVENTOS INDEPENDIENTES :

Cuando la ocurrencia de uno de los eventos, no afecta la ocurrencia de los demás (Pueden ocurrir en forma conjunta).

EJEMPLO :

A : Lanzar una dado y obtener un número primo: **A = {2;3;5}**

B :Lanzar un moneda y obtener cara :**B = {C}**

NOTA :

Si **A** y **B** son eventos independientes , entonces pueden ocurrir en forma simultánea

PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD

i) $0 \leq P(A) \leq 1$

ii) Si : $\underbrace{P(A) = 0 \rightarrow A = \varnothing}_{\text{A : Evento imposible}}$

ii) Si : $\underbrace{P(A) = 1 \rightarrow A = \Omega}_{\text{A : Evento seguro}}$

iv) Aplicación del Evento Contrario :

$$P(A) = 1 - P(A') \quad \text{ó} \quad P(A) + P(A') = 1$$

Donde :

$P_{(A)}$: Probabilidad de que ocurra el suceso **A**.

$P_{(A')}$: Probabilidad de que ocurra el complemento del suceso **A**, llamada también probabilidad complementaria o probabilidad de que no ocurra el suceso **A** .

EJEMPLO 1 :

¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una bola de una urna donde hay **3** bolas rojas , **7** bolas azules, **4** bolas blancas y **2** bolas negras; esta no sea roja?

PROBABILIDADES

RESOLUCIÓN :

A : Evento de extraer una bola que no sea roja

A' : Evento de extraer una bola roja

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A')$$

$$P(A) = 1 - \frac{3}{16}\begin{matrix} \longrightarrow \text{Rojas disponibles} \\ \longrightarrow \text{Total de Bolas} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{13}{16}$$

EJEMPLO 2 :

¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos un sello en el lanzamiento de 3 monedas?

RESOLUCIÓN :

A : Evento de obtener al menos un sello (Puede ser **1** sello , **2** sellos ó **3** sellos)

A' : Evento de no sacar ningún sello , es decir todos los resultados deben ser caras .

moneda

moneda

Número total de posibilidades $: \overset{1^a}{2} \times \overset{2^{da}}{2} \times \overset{3^{ra}}{2} = 8$

$$A' = \{CCC\} \Rightarrow n(A') = 1$$

$$P(A) = 1 - P(A') \qquad \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

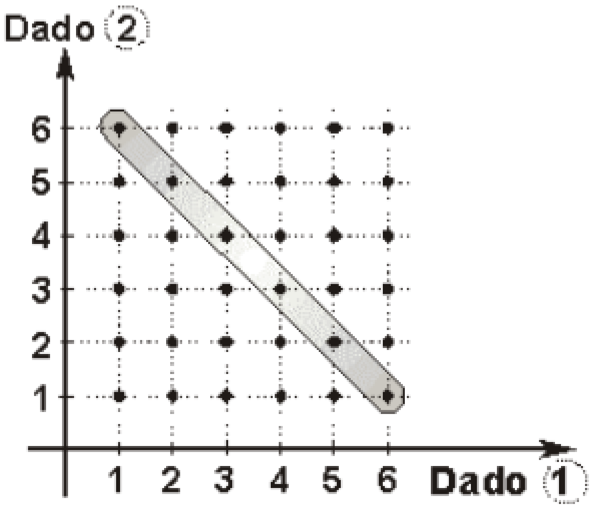
PROBABILIDADES

Al lanzar dos dados normales , ¿cuál es la suma que mayor probabilidad de ocurrencia tiene?

A) 12 B) 7 C) 13 D) 5 E) 6

Resolución:

Graficando el total de casos posibles



En el gráfico se observa que la suma que tiene mayor ocurrencia es la 7 .

Clave: "B"

PROBABILIDADES

En una urna se tiene fichas numeradas consecutivamente desde 1 hasta 20 . ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una ficha se obtenga un múltiplo de 3?

A) 0,1 B) 0,3 C) 0,7 D) 0,8 E) 0,5

Resolución:

Considerando la numeración del 1 al 20, los múltiplos de 3 son 3; 6; 9; 12; 15; 18 luego:

$$P(\text{múltiplo de } 3) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

Clave: "B"

PROBABILIDADES

Al lanzar 2 dados . ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado de los 2 dados no sea 7?

A) 1/6 B) 2/7 C) 5/6 D) 7/36 E) 29/36

Resolución:

Aplicamos el evento complementario o contrario :

$$P(\text{no sea } 7) = 1 - \underbrace{P(\text{sea } 7)}_{\text{Según problema anterior}}$$

$$\Rightarrow P(\text{no sea } 7) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Clave: "C"

PROBABILIDADES

Se quiere seleccionar un comité de **5** personas a partir de **7** mujeres y **6** varones ¿Qué probabilidad habría que el Comité esté integrado por **2** mujeres?

A)1/7 B)37/91 C)141/429 D)140/429 E)3/38

Resolución:

Necesito grupos de **5** personas de un total **7+6=13**

$$n(\Omega) = C_5^{13}$$

2 mujeres (y) **3 varones**

Casos a favor : $C_2^7 \times C_3^6$

$$P\begin{pmatrix}\text{2 mujeres y} \\ \text{3 varones}\end{pmatrix} = \frac{C_2^7 \times C_3^6}{C_5^{13}} = \frac{140}{429}$$

Clave: "D"

PROBABILIDADES

Se va ha seleccionar por lote un comité de **5** hombres, a partir de un grupo de **8** norteamericanos, **5** ingleses y **3** franceses. ¿Cuál es la probabilidad de que el comité esté compuesto por **2** norteamericanos , **2** ingleses y **1** francés?

A)3/5 B)7/13 C)5/26 D) 1/9 E)31/63

Resolución:

Casos Totales : $C_5^{8+5+3} = C_5^{16}$

Probabilidad pedida : $\dfrac{C_2^8 \times C_2^5 \times C_1^3}{C_5^{16}} = \dfrac{5}{26}$

2 norteam. **2 Ingleses** **1 Francés**

Casos a favor : $C_2^8 \times C_2^5 \times C_1^3$

Clave: "C"

PROBABILIDADES

Si se lanza 5 veces un dado ¿cuál es la probabilidad de que las 5 caras que aparecen sean diferentes?.

A) $\frac{7}{23}$ B) $\frac{31}{32}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{7}{21}$ E) $\frac{5}{54}$

Resolución:

	1ra.	2da.	3ra.	4ta.	5ta.	vez
casos a favor :	6 ×	5 ×	4 ×	3 ×	2	(5 caras Diferentes)
casos totales :	6 ×	6 ×	6 ×	6 ×	6	(Espacio Muestral)

$$P\left(\begin{matrix}\text{5 caras}\\\text{Diferentes}\end{matrix}\right)=\frac{6\times5\times4\times3\times2}{6\times6\times6\times6\times6}=\frac{5}{54}$$

Clave: "E"

PROBABILIDADES

De una baraja de 52 cartas, se sacan 3 naipes de uno en uno , y se devuelven después de cada extracción . ¿Cuál es la probabilidad de que todos sean tréboles?

A)1/4 B)1/13 C)1/16 D)1/64 E)1/21

Resolución:

Como en la baraja hay 13 tréboles

Casos Totales : $\underbrace{52}^{1^a.} \times \underbrace{52}^{2^a.} \times \underbrace{52}^{3^a.}$ Carta

Casos a favor : $13 \times 13 \times 13$

$$\Rightarrow P_{\left(\substack{\text{Todos sean} \\ \text{tréboles}}\right)} = \frac{13\times13\times13}{52\times52\times52} = \frac{1}{64}$$

Clave: “D”

PROBABILIDADES

Sabiendo que la probabilidad de que ocurra un accidente en **1 km** de una carrera es **1/3** ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra encontrar al menos un accidente en **3 km** de esa carretera?

A)1/3 B)1/27 C)8/27 D)2/3 E) 19/27

Resolución:

Sea :

A : Evento de encontrar al menos un accidente en **3 km**

A' : Evento de no encontrar accidente en **3 km**

Como la probabilidad de encontrar un accidente en **1km** es **1/3**, entonces la probabilidad de no encontrar **1** accidente en **1 km** será : $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

Como queremos la probabilidad de no encontrar un accidente en **3 km**, es lo mismo que la probabilidad de no encontrar accidente en el :

$$\underbrace{\frac{2}{3}}^{1°\text{km}} \; y \; \underbrace{\frac{2}{3}}^{2°\text{km}} \; y \; \underbrace{\frac{2}{3}}^{3°\text{km}}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A')$$

$$\Rightarrow 1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}$$

Clave: "E"

PROBABILIDADES

Las probabilidades que tienen **A** , **B** y **C** de resolver un mismo problema son: $\frac{1}{2}; \frac{3}{5}$ y $\frac{1}{6}$ respectivamente. Si intentan hacerlo los tres , determinar la probabilidad de que se resuelva el problema.

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

Resolución:

Como **P (A)** , **P (B)** y **P(C)** son las probabilidades de resolver el problema , entonces **P(A')** , **P(B')** y **P(C')** serán las probabilidades de que no puedan resolver el problema , luego :

$$P(A')=1-P(A)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$P(B')=1-P(B)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$$

$$P(C')=1-P(C)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

La probabilidad de que no puedan resolver el problema los 3 juntos será :

$$P(A')\times P(B')\times P(C')=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P(\text{Resuelvan los 3 juntos})=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

Clave: "B"

PROBABILIDADES

Si se arrojan 5 monedas, ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 sellos y 2 caras?

A) 0,5 B) 0,32 C) 0,3275 D) 0,1 E) 0,3125

Resolución:

Espacio Muestral : $n(\Omega)=2\times2\times2\times2\times2=32$

Casos a favor : Estamos frente a una permutación con repetición

$$P^{5}_{(3,2)}=\frac{5!}{3!\times 2!}=10$$

$$\Rightarrow P\begin{pmatrix}3\text{ Sellos}\\ 2\text{ caras}\end{pmatrix}=\frac{10}{32}=0,3125$$

Clave: "E"

PROBABILIDADES

En un concurso participan **7** alumnos y **8** alumnas, si deben haber **2** ganadores, ¿cuál es la probabilidad de que los ganadores sean una pareja mixta?

A) 8/17 B) 5/11 C) 7/13 D) 8/15 E) 4/9

Resolución:

Del enunciado : $\text{7H y 8M} \xrightarrow[\textit{agrupar}]{\varepsilon} \textit{2 personas}$

ε : Elegir dos personas

$$\Rightarrow n(\Omega)=C_2^{15}=\frac{15\times 14}{2\times 1}=15\times 7$$

A: sea un hombre y una mujer **H** y **M**

$$\Rightarrow n(A)=7\times 8$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{7\times 8}{15\times 7}=\frac{8}{15}$$

Clave: “D”

PROBABILIDADES

En una caja hay **10** focos de los cuales **4** están en buen estado, una persona toma al azar **3** focos . Hallar la probabilidad de que por lo menos uno esté en buen estado.

A) 2/3 B) 1/12 C) 5/6 D) 1/6 E) 1/5

Resolución:

ε: Elegir **3** focos de un total de **10**

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_3^{10} = \frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1} = 120$$

A : Por lo menos uno esté en buen estado.

A': Ninguno esté en buen estado < > los 3 son defectuosos .

$$\Rightarrow n(A') = C_3^{6} = \frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1} = 20$$

$$\Rightarrow n(A) = n(\Omega) - n(A') = 120 - 20 = 100$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$$

Clave: "C"

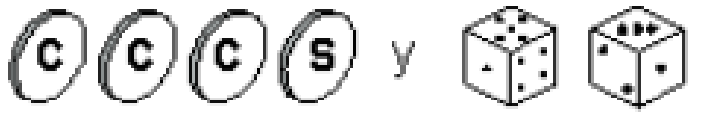
PROBABILIDADES

¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente **3** caras en **4** tiros de una moneda y una suma igual a **11** en un tiro de dos dados?

A) 1/60 B) 1/72 C) 1/62 D) 1/52 E) 1/55

Resolución:

Deseamos :



$$\frac{\frac{4!}{3!\times 1}}{16} \times \frac{2}{36}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{18} = \frac{1}{72}$$

Clave: "B"

PROBABILIDADES

Se lanzan dos dados, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los resultados sea menor que seis, si sabemos que dicha suma ha sido múltiplo de cuatro?

A) 1/3 B) 1/5 C) 1/2 D) 2/7 E) 3/8

Resolución:

Se nos pide la probabilidad : $P\left({}^{suma<6}/_{suma\ múltiplo\ de\ 4}\right)$

CASOS POSIBLES.

No son todos los resultados posibles al lanzar dos dados , sino sólo aquellos que producen una suma múltiplo de **4**; es decir:

$$\underbrace{(1;3),(2;2),(2;6),(3;1),(3;5),(4;4),(5;3),(6;2),(6;6)}_{N° \text{ de casos posibles}=9}$$

CASOS FAVORABLES.

Son aquellos de entre los anteriores cuya suma es menor que **6** , es decir:

$$\underbrace{(1;3),(2;2),(3;1)}_{N° \text{ de casos favorables} = 3}$$

Por tanto

$$P\left({}^{suma<6}/_{suma\ múltiplo\ de\ 4}\right)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

Clave: "A"

PROBABILIDADES

9 amigos se sientan al azar en círculo . ¿Cuál es la probabilidad de que 2 de ellos queden juntos?

A)1/2 B)1/3 C)1/4 D) 1/8 E) 1/5

Resolución:

Casos Totales : $P_9^{circular} = (9-1)! = 8!$

Casos a favor : $\underbrace{\text{Juntos}}\ \text{y}\ \underbrace{\text{Todos}}$: $P_2^2 \times P_8^{circular} = 2 \times (8-1)!$

$$\Rightarrow P\ (2\ \text{juntos}) = \frac{2 \times 7!}{8!} = \frac{1}{4}$$

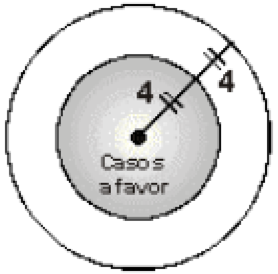
Clave: "C"

PROBABILIDADES

Se tiene un círculo de radio **8 cm** si ubicamos un punto aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad de que este punto esté más cerca o a igual distancia del centro que de la circunferencia?.

A)0,85 B)0,25 C)0,35 D)0,314 E)0,11

Resolución:



Casos totales será igual al área del círculo mayor.

Casos a favor , será igual al área del círculo sombreado

entonces probabilidad pedida: $\dfrac{\pi 4^2}{\pi 8^2} = \dfrac{1}{4} = 0,25$

Clave: "B"

PROBABILIDADES

Un dado está cargado de tal modo que la probabilidad de obtener 1; 2; 3; 4; 5 ó 6 es proporcional a los números 1; 2; 3; 4; 5; 6, respectivamente . Si se lanza este dado, calcular la probabilidad de que el resultado sea par.

A)3/7 B)5/21 C)9/23 D)4/7 E)3/5

Resolución:

Se planteará que :

$$\frac{P_{(1)}}{1}=\frac{P_{(2)}}{2}=\frac{P_{(3)}}{3}=\frac{P_{(4)}}{4}=\frac{P_{(5)}}{5}=\frac{P_{(6)}}{6}$$

Luego : $P_{(\text{Sea par})}=P_{(2)}+P_{(4)}+P_{(6)}=\frac{4}{7}$

Clave: "D"

PROBABILIDADES

De una baraja de naipes (**52** cartas) , se extraen **2** cartas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que las cartas extraídas sean una reina y una jota?

A) 4/663 B) 2/663 C) 1/1326 D) 8/663 E) 4/13

Resolución:

En una baraja se tiene **4** reinas **(Q)** y **4** jotas (**J**). Luego una reina y una jota pueden extraerse de **4×4=16** maneras . Además 2 cartas cualesquiera pueden extraerse de:

C_2^{52} maneras , entonces :

$$\text{Probabilidad buscada} = \frac{16}{C_2^{52}} = \frac{16}{1326} = \frac{8}{663}$$

Clave: "D"

PROBABILIDADES

En un casting se seleccionan a 5 varones y 7 mujeres, de los cuales se aceptarán a 4 de ellos . ¿Cuál es la probabilidad de que el grupo aceptado sea mixto?

A)1/9 B) 1/90 C)1/99 D)90/97 E)91/99

Resolución:

Por el método del complemento :

$$P_{\binom{\text{Grupos}}{\text{mixtos}}} = 1 - \underbrace{P_{\binom{\text{Grupos no}}{\text{mixtos}}}}_{\text{Sólo varones o sólo mujeres}}$$

$$P_{\binom{\text{Grupos}}{\text{mixtos}}} = 1 - \left[P_{\binom{4}{\text{varones}}} + P_{\binom{4}{\text{mujeres}}} \right]$$

$$\Rightarrow P_{\binom{\text{Grupos}}{\text{mixtos}}} = 1 - \frac{C_4^5}{C_4^{12}} - \frac{C_4^7}{C_4^{12}}$$

$$\Rightarrow P_{\binom{\text{Grupos}}{\text{mixtos}}} = \frac{91}{99}$$

Clave: “E”

PROBABILIDADES

Hallar la probabilidad de que al lanzar tres dados , la suma de los números que se obtengan sea igual a **10** .

A) 1/2 B) 0,25 C) 0,125 D) 0,75 E) 0,7

Resolución:

Un dado al ser lanzado puede aparecer de **6** formas diferentes, luego:

I) Tres dados pueden caer de: **6×6×6=216** maneras

 # casos posibles = 216

II) Sea **A** el evento en la cual las tres caras superiores suman **10**. Luego, **10** puede obtenerse como sigue : **(6;3;1) , (5;4;1) , (5;3;2),(6;2;2) , (4;4;2) , (4;3;3)**

Las **3** primeras de estas tiradas pueden ocurrir de **6** maneras (permutación de **3** en **3**) y las **3** últimas tiradas pueden ocurrir de **3** maneras (permutación de **3** en **3** con un elemento repetido) . Entonces **10** puede obtenerse : **6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 3 = 27** maneras

$$\text{Entonces : } P_{(A)} = \frac{27}{216} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

Clave: "C"

QuédateEnCasa


¡GRACIAS !